Nome:	
Escola:	
Turma:	

As seguintes questões compõem a prova da OMIF e possuem apenas uma alternativa correta.

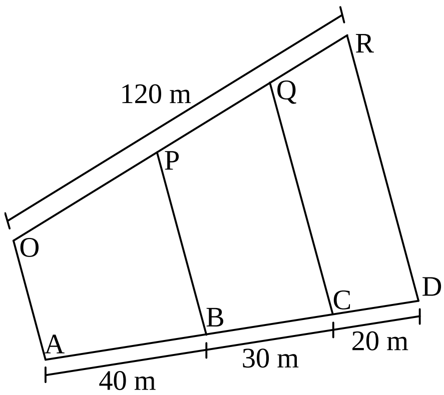
QUESTÃO 01

O número de três algarismos $\alpha\beta\mu$, quando multiplicado por 3, resulta no número de três algarismos $\mu\mu\mu$. Qual é o valor da soma $\alpha+\beta+\mu$?

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16
E) 17

QUESTÃO 02

Um terreno com vértices em A, D, R e O foi dividido entre três filhos por conta de uma herança, conforme o desenho abaixo:



Sabe-se que os muros representados pelos segmentos $\overline{AO}$, $\overline{BP}$, $\overline{CQ}$ e $\overline{DR}$ são paralelos. Calculando o comprimento das frentes dos terrenos dos três filhos, isto é, os segmentos $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QR}$, obteremos, respectivamente, os valores:

A) $\frac{160}{3}$ m, 40 m e $\frac{80}{3}$ m
B) $\frac{80}{3}$ m, 40 m e $\frac{160}{3}$ m
C) 20 m, 30 m e 40 m
D) $\frac{40}{3}$ m, 10 m e $\frac{20}{3}$ m
E) 40 m, 30 m e 20 m

QUESTÃO 03

Qual é a quantidade total de letras escritas em todas as respostas incorretas desta questão?
(Desconsidere as letras que indicam as alternativas: A, B, C, D, E)

A) Quarenta e oito
B) Quarenta e nove
C) Cinquenta
D) Cinquenta e um
E) Cinquenta e quatro

QUESTÃO 04

Um número compreendido entre 2000 e 4000 possui as seguintes características:

- É composto por dois algarismos pares, sendo um o quádruplo do outro;
- O algarismo dos milhares possui uma unidade a menos que o algarismo das dezenas;
- O algarismo das centenas é o triplo do algarismo das dezenas.

A soma dos algarismos deste número é igual a

A) 14
B) 16
C) 22
D) 24
E) 26

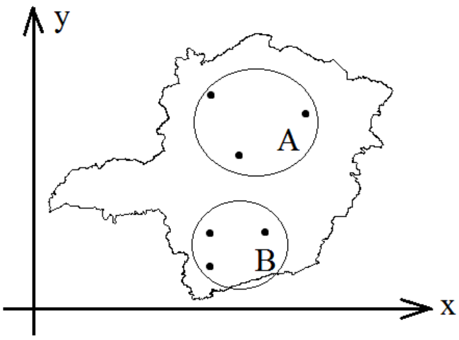
QUESTÃO 05

Um estudante foi desafiado por seu professor de Matemática a determinar a soma das raízes da equação quadrática $x^2+bx+c=0$, sabendo apenas que o seu conjunto solução é $S=\{\Delta-1,\Delta+1\}$, sendo Δ o seu discriminante. Assim, ao resolver corretamente o exercício, o aluno obteve qual resposta para a soma das raízes?

A) – 8
B) – 1
C) 1
D) 8
E) 10

QUESTÃO 06

A figura abaixo representa o mapa de Minas Gerais no plano cartesiano **xy**.



Ambas as regiões, **A** e **B**, apresentam três cidades. A linha telefônica da região A é controlada pela empresa “Fala” e a linha telefônica da região B é controlada pela empresa “Diga”. Ambas as empresas firmaram um contrato com o objetivo de instalar uma torre que ficasse justamente em um ponto cujo sinal de transmissão fosse comum para ambas as empresas. Para que isso acontecesse, seria necessário que cada empresa instalasse uma torre central em relação às 3 cidades de sua respectiva região, para que, em seguida, fosse construída a tão desejada torre. A torre firmada no contrato ficaria justamente em uma localidade que fosse equidistante das outras duas torres. Para iniciar a construção da tão sonhada torre, foram fornecidas as seguintes informações:

- **Coordenadas da torre central construída na região A:** $x_A = 16$ e $y_A = 35$
- **Coordenadas da torre central construída na região B:** $x_B = 12$ e $y_B = 21$

Comparando-se as coordenadas da torre desejada, nota-se que:
A) Ambas são divisíveis por 5
B) Uma é par e a outra é ímpar
C) Uma é o dobro da outra
D) A soma delas é um número ímpar
E) Elas possuem o mesmo algarismo das dezenas

QUESTÃO 07

O número

$$N = \underbrace{111...111}_{\text{2019 dígitos}}$$

possui 2019 dígitos iguais a 1. O resto da divisão de N por 7 é:
A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

QUESTÃO 08

Um professor comprou um carro zero quilômetro por R$ 45.000,00 à vista. Sabendo que o veículo vai sofrer uma depreciação de 15% ao ano em seu valor, o professor decidiu que, quando esta depreciação atingir 50% do valor de compra, ele venderá este carro, a fim de comprar outro. Utilizando, se necessário, a aproximação $\log_2 0,85 = -0,23$, podemos concluir que, a partir da data de compra, o professor venderá o seu carro para comprar um novo depois de um tempo compreendido entre
A) 1 e 2 anos
B) 2 e 3 anos
C) 3 e 4 anos
D) 4 e 5 anos
E) 5 e 6 anos

QUESTÃO 09

Um cubo está inscrito em uma pirâmide quadrangular regular de modo que 4 de seus vértices estão situados sobre a base desta pirâmide e os outros 4 estão situados nas arestas laterais da pirâmide. Sabendo-se que as arestas da base da pirâmide medem 60 cm e que o seu volume é igual a 24000 cm³, qual é o comprimento de cada aresta do cubo?
A) 5 cm
B) 15 cm
C) 24 cm
D) 25 cm
E) 30 cm

QUESTÃO 10

Um veículo está com uma falha no funcionamento do motor e este problema faz com que o veículo pare repentinamente. Deste modo, se o veículo não for levado para manutenção, o mesmo até pode ser religado e prosseguir seu percurso, mas o próximo desligamento repentino se dará no exato momento em que o veículo percorrer a metade do trajeto anterior. Sabendo-se que, inicialmente, o veículo foi ligado e percorreu 100 quilômetros, parou, foi religado, percorreu mais 50 km, parou, foi religado, percorreu mais 25 km, parou, foi religado e assim sucessivamente, determine a distância máxima que o veículo poderia percorrer desde que foi ligado pela primeira vez, se isso ocorresse indefinidamente.

A) 175 km
B) 190 km
C) 200 km
D) 210 km
E) 220 km

QUESTÃO 11

Na escola Sábia Inteligência, foi realizada uma Olimpíada de Conhecimento da qual participaram quatro turmas inteiras: A, B, C e D. Um dos aplicadores da prova constatou que a média aritmética entre os números de participantes das turmas A e B era igual ao dobro do número total de participantes das turmas C e D.

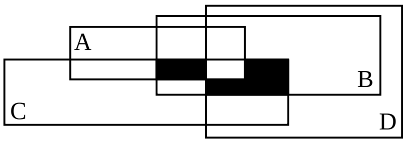
Podemos, então, afirmar que a razão entre o número total de participantes das quatro turmas e o número total de participantes das turmas A e B é:

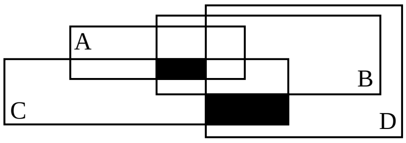
A) $\frac{6}{5}$
B) $\frac{5}{4}$
C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{3}{2}$
E) $\frac{1}{2}$

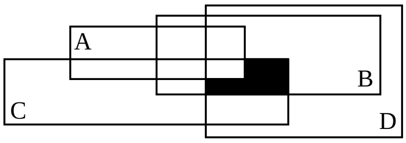
QUESTÃO 12

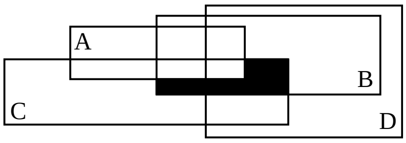
Dados os conjuntos não vazios A, B, C e D, contidos em um conjunto universo U, qual das alternativas abaixo pode representar a seguinte operação entre os conjuntos?

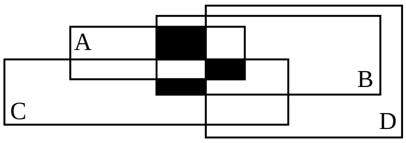
$$\left[(C\cap D)\cap(C\cap B)\right]-(A\cap B)$$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

QUESTÃO 13

Uma caixa contém bolas azuis, brancas e vermelhas. Luiz Arthur retira algumas bolas aleatoriamente desta caixa e percebe que retirou 50% das bolas azuis, 70% das bolas brancas e 80% das bolas vermelhas. Além disso, Luiz Arthur observou, também, que retirou 62% do total de bolas azuis ou vermelhas e 74% do total de bolas brancas ou vermelhas. Qual é a porcentagem do total de bolas da caixa que Luiz Arthur retirou?

A) 65%
B) 66%
C) 67%
D) 68%
E) 69%

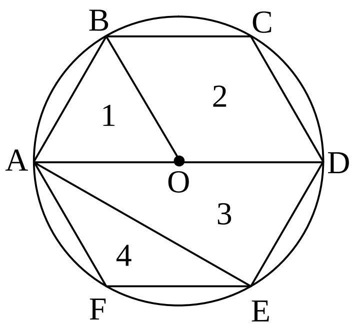
QUESTÃO 14

Em uma maratona, a idade média dos dez competidores era de 40 anos. Contudo, o competidor mais velho e o competidor mais novo foram desclassificados, porque estavam fora da faixa etária permitida. Dessa forma, a idade média dos corredores passou a ser de 41,5 anos. Insatisfeitos, os desclassificados entraram com recurso e somente um deles pôde disputar a corrida. No final da maratona, a média de idade dos competidores foi de 43 anos. Curioso, o vencedor descobriu que a idade do competidor que não pôde disputar a corrida é

A) 68 anos
B) 55 anos
C) 40 anos
D) 24 anos
E) 13 anos

QUESTÃO 15

Na segunda fase da OMIF 2018, foram realizadas várias oficinas e uma delas abordava a geometria com o uso do parafuso sextavado. Carlos, um bom aluno, que participou da referida oficina, resolveu brincar um pouco com o que tinha aprendido. Ele utilizou compasso, régua e lápis para confeccionar o desenho mostrado abaixo e, então, calculou a área das figuras 1, 2, 3 e 4. Sabendo que o diâmetro da circunferência desenhada tem comprimento igual a 4 cm, que o ponto O é o centro da circunferência e que o hexágono inscrito na circunferência é regular, o produto das áreas das figuras 1, 2, 3 e 4 é, numericamente, igual a:



A) $6\sqrt{3}$
B) $12\sqrt{3}$
C) 24
D) 36
E) 108

QUESTÃO 16

O desenho Dragon Ball foi criado por Akira Toryama e, originalmente, foi iniciado com uma série de mangá, que foi escrita e ilustrada pelo próprio Toryama. A série foi inspirada, inicialmente, pelo clássico romance chinês Jornada ao Oeste e segue as aventuras de Son Goku, que, desde sua infância até a idade adulta, treina artes marciais e explora o mundo (e universo) em busca de 7 (sete) esferas de mesmo tamanho conhecidas como Esferas do Dragão. Quando as esferas são reunidas, surge um dragão que concede um desejo.

(Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Dragon_Ball)

Suponha que, das sete esferas do dragão, seis foram reunidas de tal modo que seus centros A_i, com $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, formem os vértices de um hexágono regular e que uma esfera com centro A_7 é posicionada no centro do hexágono regular $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

Figura 1. As 7 esferas do dragão reunidas.

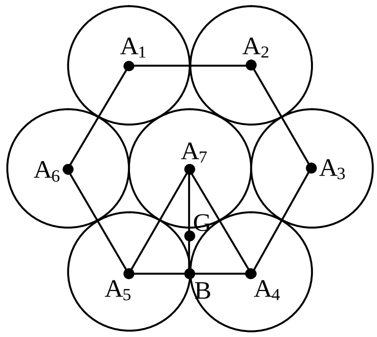


Figura 2. Plano seccionando as esferas na altura dos centros.

Sendo o ponto G e o segmento $\overline{A_7B}$ o baricentro e altura do triângulo $A_4A_5A_7$, respectivamente, se $A_7G = 12\ cm$, podemos afirmar que a soma dos volumes das sete esferas é igual a:

A) $764\pi\ cm^3$
B) $864\pi\sqrt{3}\ cm^3$
C) $1227\sqrt{3}\ cm^3$
D) $2304\pi\ cm^3$
E) $6048\pi\sqrt{3}\ cm^3$

QUESTÃO 17

Um fazendeiro comprou 180 mudas de café, 120 mudas de mandioca, 90 mudas de laranjeira e 60 mudas de limoeiro para completar suas plantações, que estavam com essa defasagem. Por coincidência, o fazendeiro tinha o número máximo de funcionários possível de modo a conseguir dar a cada um deles a mesma quantidade de mudas de cada tipo para plantar e, assim, pedir que todos os funcionários efetuassem tarefas equivalentes. Podemos, então, afirmar que o número total de funcionários que ele tinha e o total de mudas que cada funcionário teve que plantar são, respectivamente:

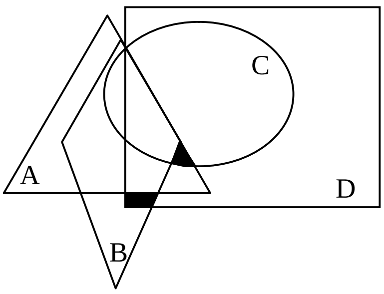
A) 10 funcionários e 45 mudas por funcionário
B) 15 funcionários e 30 mudas por funcionário
C) 30 funcionários e 15 mudas por funcionário
D) 60 funcionários e 30 mudas por funcionário
E) 60 funcionários e 75 mudas por funcionário

QUESTÃO 18

No estudo da Teoria dos Conjuntos, aprendemos os seguintes símbolos com suas respectivas operações:

Símbolos	$\cup$	$\cap$	$-$
Operações	União	Interseção	Diferença

Agora observe a figura abaixo:



$$[(B \_\_\_ A) \_\_\_ D] \_\_\_ [(A \_\_\_ B) \_\_\_ C]$$

Utilizando apenas os símbolos presentes na tabela, como podemos completar as lacunas acima de modo que a expressão represente o subconjunto destacado?

A) $\cap$; $-$; $\cup$; $-$; $\cap$
B) $\cap$; $-$; $\cap$; $-$; $\cup$
C) $-$; $-$; $\cap$; $\cup$; $-$
D) $\cup$; $\cap$; $-$; $\cup$; $\cap$
E) $-$; $\cap$; $\cup$; $-$; $\cap$

QUESTÃO 19

Três números reais não nulos e diferentes de um, a, b e c, são tais que:

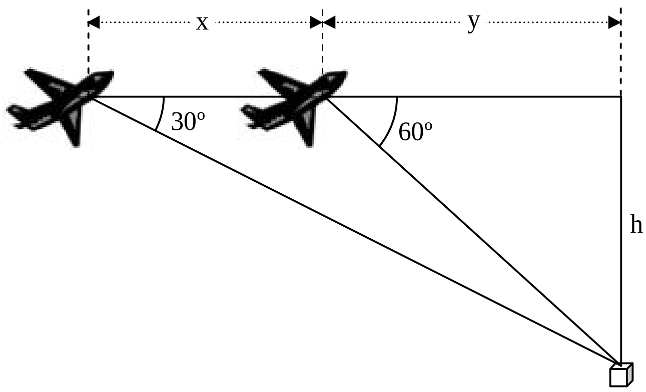
$$a^b = c \qquad c^a = b \qquad b^c = a$$

Então, o produto $a \cdot b \cdot c$

A) é o elemento neutro da multiplicação
B) é o elemento neutro da adição
C) é um número primo
D) é o simétrico do único número par primo
E) é um número irracional

QUESTÃO 20

O piloto de um avião localiza, por meio de seu radar, uma caixa na terra a partir de um ângulo de visão de 30º com a horizontal. Passados 4 segundos, o aviador continua observando a caixa e nota que este ângulo passa para 60°.

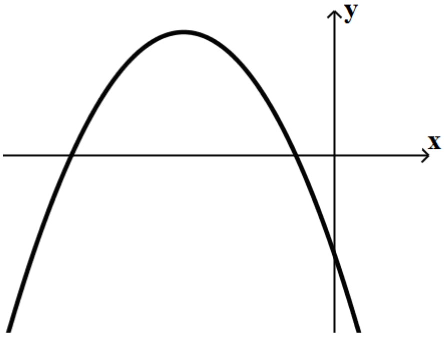


Sabendo que o avião está viajando a uma altura constante e com uma velocidade também constante de 250 m/s, a que altura o avião está voando?

A) $1000\sqrt{3}\ m$
B) $1000\ m$
C) $500\sqrt{3}\ m$
D) $500\ m$
E) $400\ m$

QUESTÃO 21

Considere a função quadrática com coeficientes reais definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo esboço do gráfico se encontra logo abaixo.



Sendo Δ o discriminante da função, x_1 e x_2 as suas raízes e x_V e y_V as coordenadas do seu vértice, podemos concluir que o produto

$$a \cdot b \cdot c \cdot \Delta \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_V \cdot y_V$$

A) é positivo
B) é negativo
C) é nulo
D) é um número complexo não real
E) não pode ser determinado

QUESTÃO 22

Considere a operação # definida no conjunto dos números naturais tal que, sendo a e b naturais, $a\#b$ retorna a diferença entre o quadrado do número à esquerda e o quadrado do número à direita, ou seja,

$$a\#b = a^2 - b^2$$

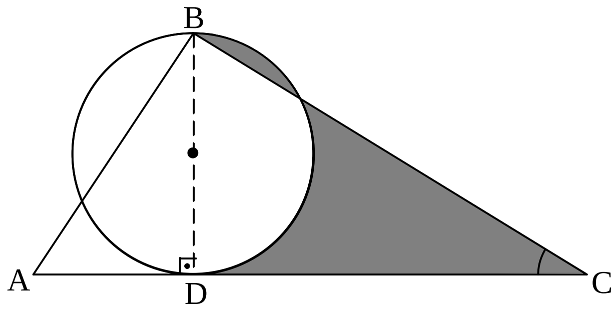
Efetuando-se todas as operações da expressão

$$(2019\#2018) + (2017\#2016) + \\ + (2015\#2014) + \ldots + (5\#4) + (3\#2) + 1$$

que número obtemos?
A) 1010
B) 4037
C) 1019595
D) 2039190
E) 4078380

QUESTÃO 23

No triângulo ABC da figura abaixo, o ponto D é o pé da altura relativa ao lado $\overline{AC}$. Determine a área de região sombreada, sabendo que os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ medem, respectivamente, 5 e 3 centímetros, que o ângulo $A\hat{C}B$ mede 30º, e que $\overline{BD}$ é um diâmetro da circunferência exibida.



A) $\dfrac{2\pi}{3}\ cm^2$

B) $\dfrac{4\pi}{3}\ cm^2$

C) $\left(\dfrac{2\pi - 3\sqrt{3}}{3}\right) cm^2$

D) $\left(\dfrac{21\sqrt{3} - 4\pi}{3}\right) cm^2$

E) $\left(\dfrac{18\sqrt{3} - 2\pi}{3}\right) cm^2$

QUESTÃO 24

Em uma caixa, foram colocadas 12 bolas azuis, 13 brancas, 15 verdes e 20 amarelas. Duas delas serão sorteadas em seguida, com reposição da primeira bola. Qual é a probabilidade de que as bolas sorteadas sejam uma verde e uma amarela?

A) $\dfrac{1}{6}$

B) $\dfrac{1}{30}$

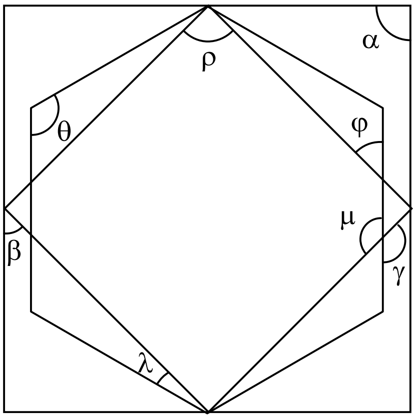
C) $\dfrac{1}{20}$

D) $\dfrac{1}{12}$

E) $\dfrac{7}{12}$

QUESTÃO 25

A figura abaixo é formada apenas por polígonos regulares, sendo dois quadrados e um hexágono. A intersecção do menor quadrado com o hexágono apresenta dois triângulos retângulos isósceles e quatro triângulos escalenos.



Na figura acima, destacamos os ângulos α, β, γ, φ, θ, λ, μ e ρ, todos com medidas inteiras. Alguns deles têm medidas pares e outros têm medidas ímpares. A razão entre a soma dos ângulos pares e a soma dos ângulos ímpares é:

A) 0,6
B) 0,8
C) 0,9
D) 1
E) 2

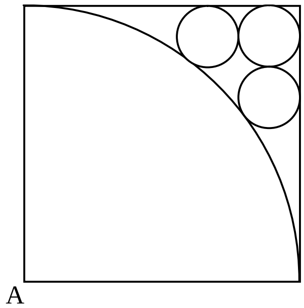
QUESTÃO 26

No dia 23/06/2018, os números sorteados no concurso 2052 da Mega-Sena começavam, todos, com o mesmo algarismo: 50, 51, 56, 57, 58 e 59. Fraude? Coincidência? Nas redes sociais, surgiram milhares de teorias. Mas o fato é que quatro pessoas acertaram a combinação improvável e dividiram o prêmio de cerca de R$ 38.510.236,80, tendo recebido a “bolada” de R$ 9.627.559,21 cada um. Uma vez que o jogo da Mega-Sena consiste em um sorteio de 6 números distintos entre 01 e 60, quantos são os sorteios possíveis em que os 6 números sorteados começam com a mesma dezena (0, 1, 2, 3, 4 ou 5)?

A) 840
B) 1134
C) 1260
D) 1680
E) 2100

QUESTÃO 27

A figura a seguir mostra um quadrado, um arco de circunferência de centro no vértice *A* e raio de comprimento igual ao lado do quadrado, e três circunferências iguais com as visíveis relações de tangência.

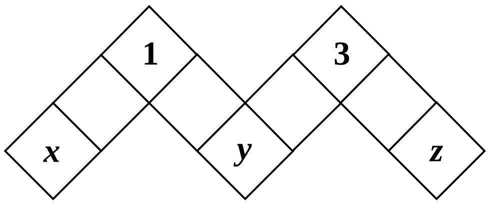


Se o raio de cada circunferência pequena mede 1, quanto mede o lado do quadrado?

A) $6\sqrt{2}$
B) $6\sqrt{3}$
C) $4\sqrt{6}$
D) 8
E) 9

QUESTÃO 28

Os números naturais de 1 a 9 foram colocados nas nove quadrículas que formam a letra M da figura abaixo, de forma que a soma dos três números de cada uma das quatro filas seja a mesma.

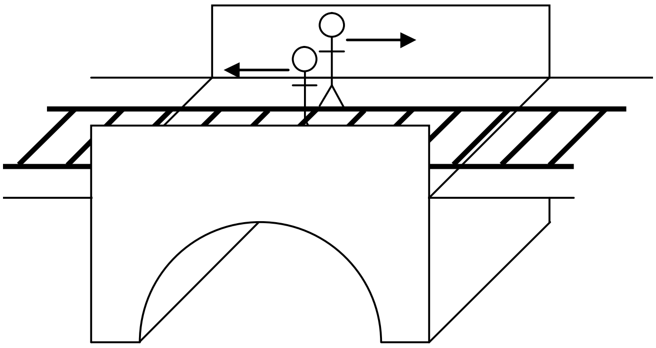


O menor valor possível de $x+2y+3z$ é:

A) 22
B) 23
C) 24
D) 25
E) 26

QUESTÃO 29

Dois amigos, Adriano e Waldir, atravessavam uma ponte na qual passa uma linha férrea.

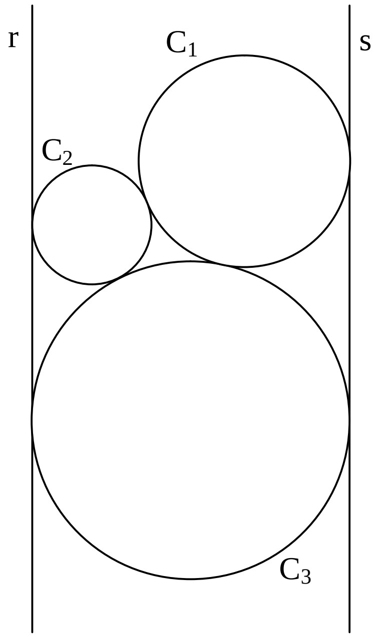


Quando tinham percorrido três sétimos da ponte, ouviram o barulho de um trem que se aproximava por trás deles. Apavorados, começaram a correr, cada um para um lado. Tiveram sorte: Adriano, que tinha voltado, conseguiu sair da ponte no exato instante em que o trem nela ia entrar. Por sua vez, Waldir, que continuou para frente, conseguiu sair da ponte no instante em que o trem também ia fazê-lo. Refeitos do susto, quando se encontraram, comentaram que isto só foi possível porque correram a 8 km/h e o trem estava a x km/h. Qual é o valor de x?

A) 56
B) 52
C) 48
D) 40
E) 32

QUESTÃO 30

Em uma indústria, foi projetada a instalação hidráulica de 3 canos em uma de suas paredes. Na figura abaixo, que apresenta a secção transversal dos canos no interior da parede, as duas retas paralelas *r* e *s* representam as laterais da parede e as circunferências C_1, C_2 e C_3 representam os canos (desconsidere a espessura do cano). A reta *r* é tangente às circunferências C_2 e C_3, a reta *s* é tangente às circunferências C_1 e C_3 e as circunferências tangenciam-se como mostra a figura abaixo.



Sabendo-se que as circunferências C_1 e C_2 têm raios de comprimentos iguais a 9 cm e 4 cm, respectivamente, qual é a menor distância entre as retas r e s, ou seja, qual é a espessura da parede?

A) 22 *cm*
B) 24 *cm*
C) 26 *cm*
D) 28 *cm*
E) 30 *cm*