Questão proposta por: Felipe Mascagna Bittencourt Lima

Instituto: IFSP – Campus São João da Boa Vista

QUESTÃO 05

Em uma caixa, há várias bolas com a mesma massa, aspecto e tamanho, distinguindo-se apenas pelos números escritos nelas. Nesta caixa, há exatamente:

- 1 bola numerada com o número 0;
- 2 bolas numeradas com o número 1;
- 3 bolas numeradas com o número 2;
- E assim por diante, até 2n bolas numeradas com o número 2n – 1.

De uma só vez, são retiradas, ao acaso, duas bolas desta caixa. Se $\frac{1}{150}$ é a probabilidade de o produto dos dois números escritos nessas bolas ser igual a zero, então o valor de n é:

A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

GABARITO: E

RESOLUÇÃO:

Sendo T a quantidade total de bolas nesta caixa, temos que:

$T = 1 + 2 + 3 + \ldots + 2n \;\rightarrow$ Soma de termos em PA

$$T = \frac{(1+2n)\cdot 2n}{2}$$

$$\boxed{T = (1+2n)\cdot n}$$

Desta quantidade, exatamente uma bola contém o número zero e $(T-1)$ bolas contém outros números escritos. Ao se retirar duas bolas da caixa, para que o produto dos números escritos nelas seja zero, é necessário (e suficiente) que uma delas seja a bola com o número zero. A outra pode ser uma bola qualquer. Assim, há exatamente $(T-1)$ combinações nas quais o produto dos números escritos é zero e esta é a quantidade de elementos do nosso evento.

Por outro lado, o espaço amostral do experimento descrito na questão tem

$$C_{T,2} = \frac{T!}{2!(T-2)!} = \frac{T(T-1)}{2}$$

elementos.

Como o espaço amostral é equiprovável, a probabilidade de nosso evento é:

$$P = \frac{(T-1)}{\frac{T(T-1)}{2}} = \cancel{(T-1)} \cdot \frac{2}{T\cdot \cancel{(T-1)}} = \frac{2}{T}$$

Deste modo,

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{150} = \frac{2}{T} \\
&\Rightarrow T = 300 \\
&\Rightarrow (1+2n)\cdot n = 300 \\
&\Rightarrow 2n^2 + n - 300 = 0 \\
&\Rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2\cdot 2} = \frac{-1 \pm 49}{4} \\
&\Rightarrow n = 12 \ \text{ ou } \ n = -12{,}5
\end{aligned}
$$

Como n é um número inteiro positivo, concluímos que $n = 12$.