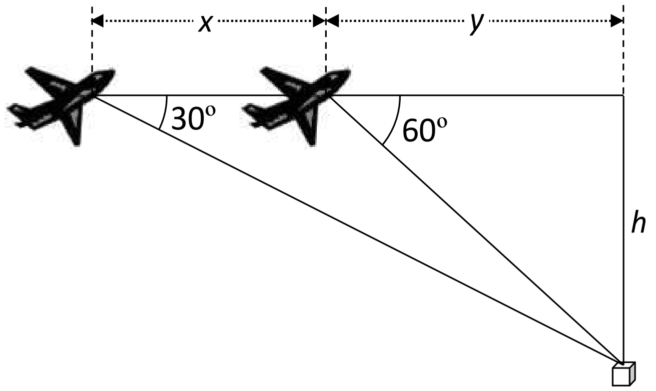
QUESTÃO 05

O piloto de um avião localiza, por meio de seu radar, uma caixa na terra a partir de um ângulo de visão de 30º com a horizontal. Passados 4 segundos, o aviador continua observando a caixa e nota que este ângulo passa para 60º.



Sabendo que o avião está viajando a uma altura constante e com uma velocidade também constante de 250 m/s, a que altura o avião está voando?

A) $1000\sqrt{3}$ m

B) 1000 m

C) $500\sqrt{3}$ m

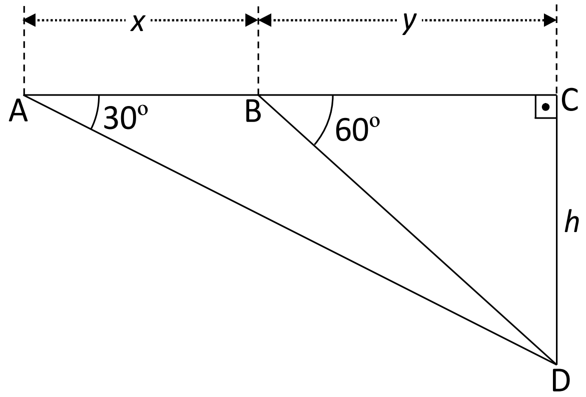
D) 500 m

E) 400 m

GABARITO: C

RESOLUÇÃO

Na figura dada, sejam A, B, C e D os pontos representados abaixo.



O ângulo $B\hat{C}D$ é reto, já que $\overline{CD}$ representa a altura do voo. Portanto, o triângulo BCD é retângulo e, assim:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y\sqrt{3} = h} \qquad (1)$$

Note que ACD também é um triângulo retângulo. Logo:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{x+y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x+y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{3h = x\sqrt{3} + y\sqrt{3}} \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2), obtém-se:

$$3h = x\sqrt{3} + h \iff$$
$$\iff 2h = x\sqrt{3} \iff$$
$$\iff \boxed{h = \frac{x\sqrt{3}}{2}}$$

Como x é a distância que o avião percorreu em 4 segundos a uma velocidade de 250 m/s, então:

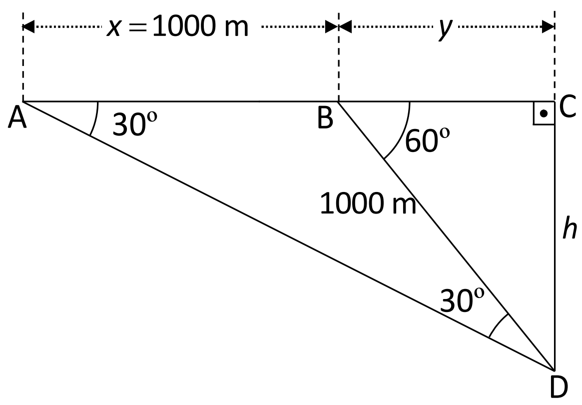
$$x = 250 \cdot 4 \iff \boxed{x = 1000 \text{ m}}$$

Portanto,

$$h = \frac{1000 \cdot \sqrt{3}}{2} \iff \boxed{h = 500\sqrt{3} \text{ m}}$$

<u>Alternativamente</u>:

Observe que, pelo teorema do ângulo externo (no triângulo ABD), o ângulo $A\hat{D}B$ mede $60° - 30° = 30°$. Assim, o triângulo ABD é isósceles e, portanto, $\overline{BD}$ também mede $x = 1000$ m.



Logo, no triângulo BCD, tem-se:

$$\text{sen}60° = \frac{h}{1000} \iff$$
$$\iff \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{1000} \iff$$
$$\iff 2h = 1000\sqrt{3} \iff$$
$$\iff \boxed{h = 500\sqrt{3} \text{ m}}$$