Nome:
Escola:
Turma:

As seguintes questões compõem a prova da OMIF e possuem apenas uma alternativa correta.

NÍVEL 1
(3 pontos para cada acerto)

QUESTÃO 01

Três números inteiros (x, y e z) devem ser escolhidos de modo que o produto de todos eles seja igual a 6, ou seja, de modo que se obtenha $x \cdot y \cdot z = 6$. Três escolhas diferentes são:

$$(x,y,z) = (1,1,6)$$

$$(x,y,z) = (6,1,1)$$

$$(x,y,z) = (-1,-6,1)$$

No total, quantas escolhas diferentes podem ser feitas?

A) 12

B) 18

C) 30

D) 36

E) 42

QUESTÃO 02

Numa tarde de domingo, Patrícia começa a escrever em seu caderno uma sequência de caracteres.

Esses caracteres são formados pela palavra OMIF seguida do número de vezes que esta palavra já foi escrita até então.

Ela começa em OMIF1 e termina em OMIF2022, conforme indica o esquema abaixo:

OMIF1OMIF2OMIF3.....OMIF2021OMIF2022

No total, quantos caracteres Patrícia escreveu?

A) 15080

B) 15069

C) 15056

D) 15048

E) 15041

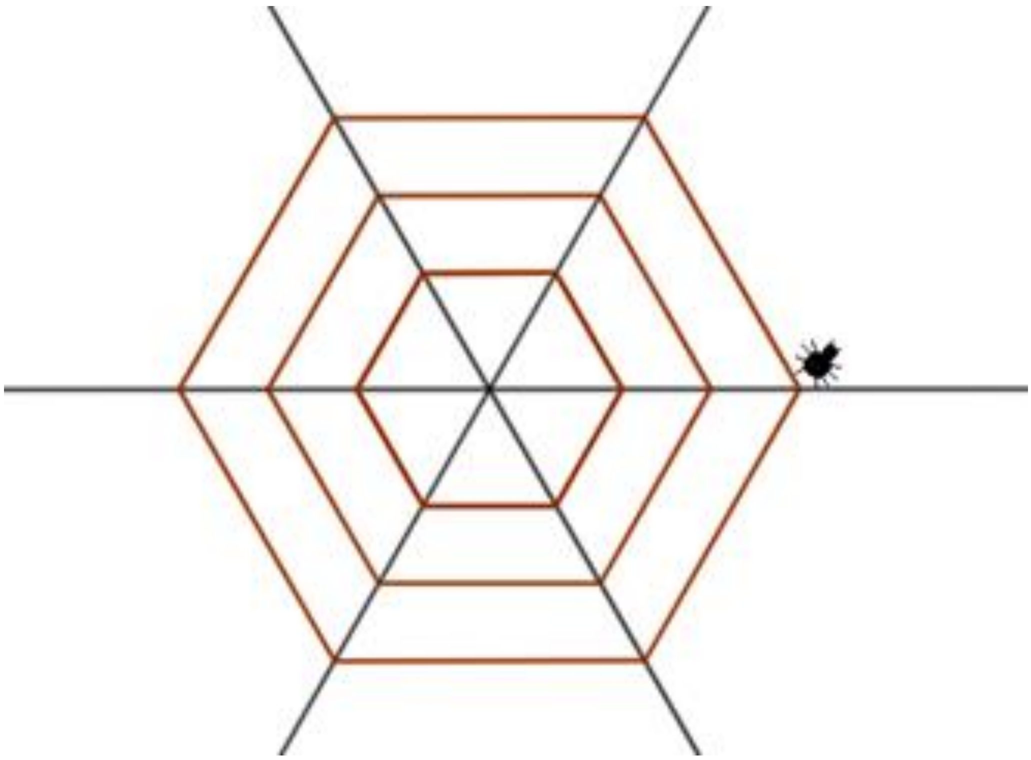
QUESTÃO 03

Um estudante de Biologia, durante uma visita de campo, observa atentamente uma aranha, que começa a tecer tranquilamente sua teia em um canto da mata.

Ele percebe que a aranha vai desenhando hexágonos regulares concêntricos a partir de três teias radiais previamente confeccionadas.

No início de sua observação, a aranha estava iniciando a confecção do menor hexágono, de lado 3 mm, a partir de um de seus vértices.

Insistindo em sua ininterrupta empreitada, a aranha passa a construir os próximos hexágonos, cada um deles com lado 2 mm maior do que o anterior, até completar o décimo hexágono e descansar neste local à espera de sua primeira vítima.



Considere que o tempo que a aranha demora entre o término de um hexágono e o início do próximo (deslocando-se sobre uma teia radial) seja de 5 segundos e que a velocidade com que a aranha deposita sua teia para construir cada hexágono é de 0,5 mm/s.

Se na construção de cada hexágono a aranha deposita sua teia uma única vez, o tempo total de observação deste fenômeno, do início da confecção do primeiro hexágono até o término do último, foi de:

A) 240 segundos

B) 285 segundos

C) 1440 segundos

D) 1485 segundos

E) 1530 segundos

QUESTÃO 04

Na turma do 3° ano do IFMG, campus Betim, 4 a cada 5 homens gostam de Matemática e 5 a cada 6 mulheres gostam de Matemática.

Sabe-se que o número de mulheres dessa sala é igual ao triplo do número de homens e que todos os estudantes da turma se identificam ou como homem ou como mulher.

Desta forma, a razão entre o total de estudantes que gostam de Matemática e o total de estudantes da sala, nesta turma, é:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{49}{90}$

D) $\dfrac{9}{11}$

E) $\dfrac{33}{40}$

QUESTÃO 05

O departamento de Matemática de um campus do Instituto Federal convidou 2 técnicos administrativos e 3 professores para participarem de uma banca de TCC.

Estes servidores irão avaliar a apresentação de 3 estudantes de graduação em Engenharia de Controle e Automação: Marineide, Renivaldo e Laynara.

Nesta instituição, a banca avaliadora de cada estudante deve ser sempre composta de 1 técnico administrativo e 2 professores.

As equipes escaladas para compor cada banca são mostradas na tabela a seguir:

Estudante	**Banca avaliadora**
Marineide	Carlos, Felipe e Renato
Renivaldo	Renato, Tatiane e Wagner
Laynara	Carlos, Felipe e Wagner

A partir dessas informações, pode-se concluir que:

A) Wagner é professor.

B) Carlos é professor.

C) Tatiane é professora.

D) Felipe é técnico administrativo.

E) Renato é técnico administrativo.

QUESTÃO 06

A sequência de números $(1, 4, 7, 10, 13, 16, ...)$, na qual cada elemento é igual ao anterior adicionado de 3 unidades, foi escrita em linhas, como ilustrado na figura abaixo.

Nesta figura, note que a linha j apresenta exatamente j elementos da sequência, para qualquer j natural.

$$\begin{array}{llll} 1 & & & \\ 4 & 7 & & \\ 10 & 13 & 16 & \\ 19 & 22 & 25 & 28 \\ & & \vdots & \end{array}$$

Qual é o quinto elemento da linha 22 desta figura?

A) 775

B) 772

C) 709

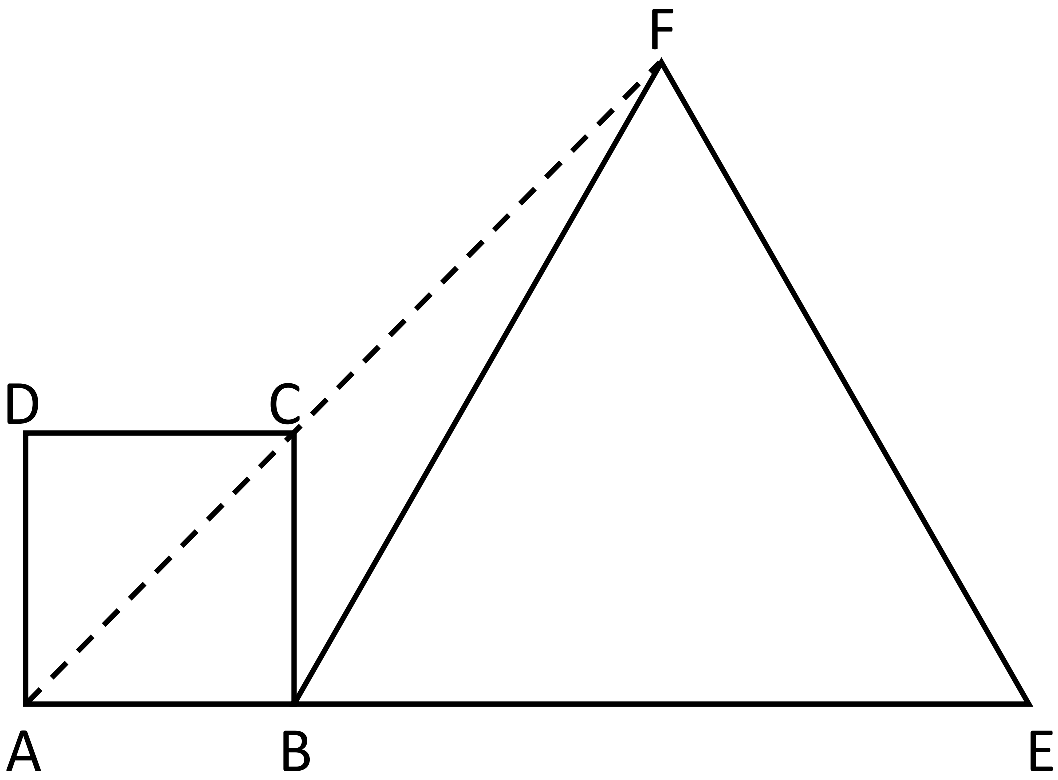
D) 706

E) 79

QUESTÃO 07

Na figura abaixo, ABCD é um quadrado com lados de comprimento igual a 1 cm e BEF é um triângulo equilátero.

Os pontos A, B e E são colineares, bem como os pontos A, C e F.



O comprimento, em cm, dos lados do triângulo equilátero BEF é:

A) $\sqrt{3}-1$

B) $\sqrt{3}+1$

C) $2\sqrt{2}$

D) $3\sqrt{2}-1$

E) 3

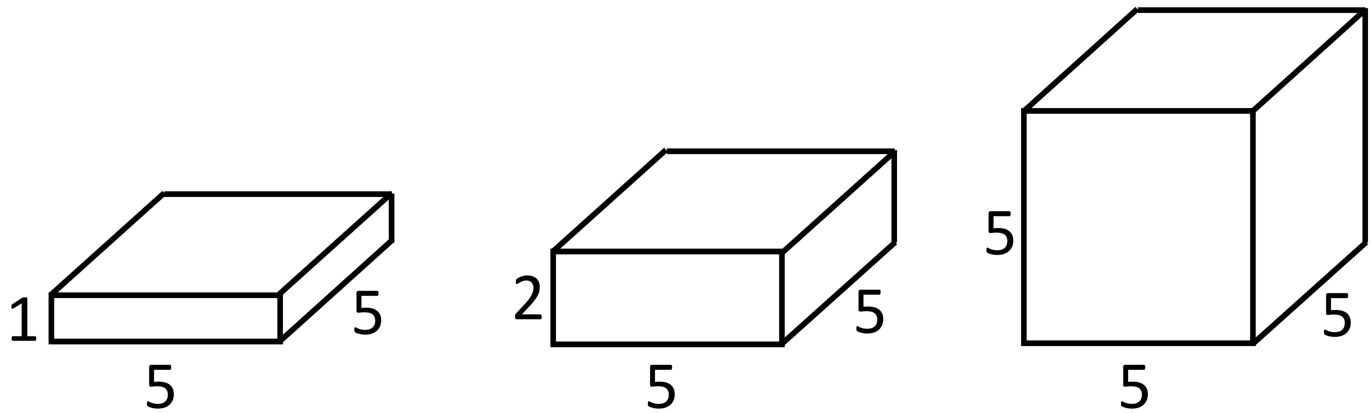
NÍVEL 2
(4 pontos para cada acerto)

QUESTÃO 08

Isabela tem vários bloquinhos de madeira com os quais gosta de brincar.

Todos têm o formato de um paralelepípedo reto-retângulo e a base de todos é um quadrado com lados de comprimento igual a 5 cm.

Os bloquinhos se diferenciam somente pelas suas alturas, que são de 1 cm, 2 cm ou 5 cm apenas.



Isabela pretende montar uma torre de exatamente 10 cm de altura, empilhando alguns desses bloquinhos um sobre o outro de modo que apenas as bases quadradas fiquem em contato.

Para isso, ela precisa escolher, primeiramente, quantos bloquinhos de cada tipo vai usar.

Qualquer uma das escolhas possíveis destas quantidades tem a mesma probabilidade de ser feita, destacando-se que a ordem de escolha dos bloquinhos e a posição que eles ocuparão posteriormente na torre são irrelevantes nesta decisão.

Se Isabela possui mais de 10 bloquinhos de cada tipo, qual é a probabilidade de ela escolher usar, no total, um número ímpar de bloquinhos na construção da torre?

A) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{4}{9}$

E) $\frac{1}{2}$

QUESTÃO 09

Um professor de Matemática solicitou a um aluno que determinasse o menor número natural que, ao ser multiplicado por 13, resultasse em outro número natural cujos algarismos são todos iguais a 5.

O aluno realizou uma operação aritmética elementar e respondeu corretamente ao pedido do professor.

Com relação ao menor número com as características solicitadas pelo professor, é correto afirmar que:

A) é um múltiplo de 7.

B) é maior que 43000.

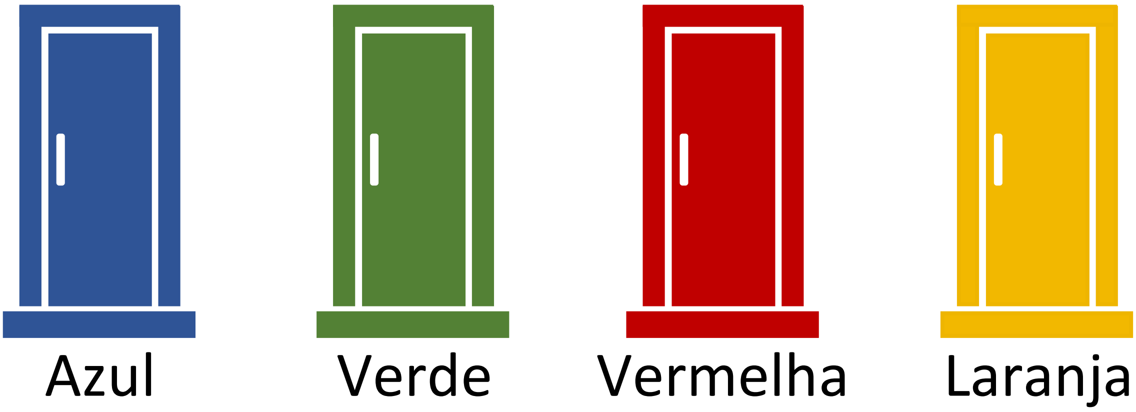
C) é menor que 42000.

D) é múltiplo de 17.

E) a soma de seus algarismos é 20.

QUESTÃO 10

Um professor de Matemática desenvolveu uma atividade com seus alunos colocando uma medalha de ouro da OMIF atrás de uma das 4 portas coloridas que havia no pátio da escola, conforme a figura abaixo.



Em cada porta, o professor escreveu uma frase:

- Porta Azul: A medalha está aqui.
- Porta Verde: A medalha não está aqui.
- Porta Vermelha: A medalha está na porta verde.
- Porta Laranja: A medalha está na porta azul.

Sabe-se que apenas uma das frases contém uma informação verdadeira e que é possível determinar, com certeza, em que porta a medalha está a partir destas frases.

Então, a porta onde está a medalha de ouro e a porta que contém a informação verdadeira são, respectivamente:

A) Porta Azul e Porta Verde.

B) Porta Vermelha e Porta Azul.

C) Porta Azul e Porta Vermelha.

D) Porta Vermelha e Porta Verde.

E) Porta Verde e Porta Vermelha.

QUESTÃO 11

Sejam B um número natural de 3 algarismos e C o número formado pela troca de posição apenas dos algarismos da unidade e da centena de B, mantendo o mesmo algarismo da dezena.

A soma dos algarismos de B é igual a 16, e o algarismo das centenas de B é igual ao dobro do algarismo das unidades de B. Se $B-C=297$, então $B+C$ é igual a:

A) 666

B) 929

C) 1049

D) 1089

E) 1272

QUESTÃO 12

Seja ABCD um quadrilátero convexo cujo ângulo BAD mede 60° e cujos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ medem, respectivamente, 4 cm, 3 cm, 2 cm e 1 cm.

A área do quadrilátero ABCD, em cm², é:

A) $\sqrt{13}$

B) $3+\sqrt{3}$

C) $3+\sqrt{13}$

D) $3\sqrt{13}$

E) 13

QUESTÃO 13

A sequência infinita de números naturais $(2022, 12, 5, 25, 29, \ldots)$ possui o primeiro elemento igual a 2022 e cada elemento, a partir do segundo, igual à soma dos quadrados dos algarismos do termo anterior (ou igual ao quadrado do termo anterior, caso este tenha apenas um algarismo).

Qual é o 2022º elemento desta sequência?

A) 16

B) 37

C) 58

D) 89

E) 145

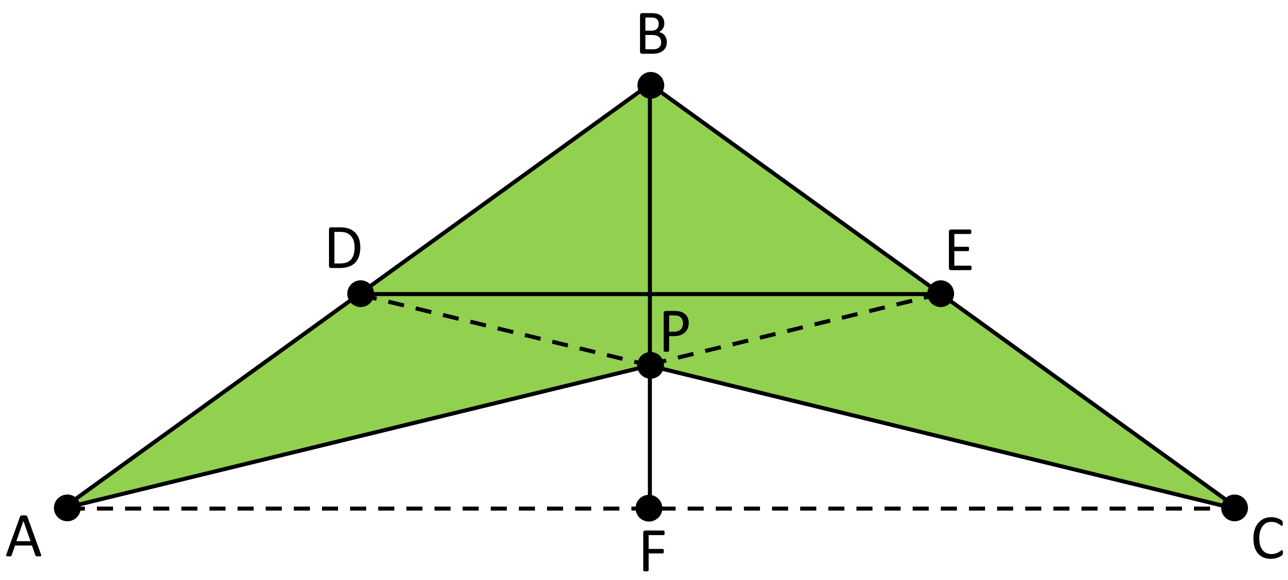
QUESTÃO 14

A asa-delta é um tipo de planador fabricado com tubos de alumínio, que proporcionam a sua rigidez estrutural, e uma vela feita de tecido, que funciona como uma superfície que sofre forças aerodinâmicas, possibilitando a sua sustentação no ar.

Seu nome é devido à semelhança de seu formato com a letra grega Delta (Δ), que tem forma triangular.

Disponível em: http://www.caravanadaaventura.com.br/de-cara-pro-vento/asa-delta.
Acesso em 29/01/22 (adaptado).

Um fabricante de asas-deltas, ao desenvolver o projeto de seu produto, esboçou a figura a seguir:



No esboço, D, E e F são os pontos médios dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$, respectivamente.

Além disso, P é o ponto de intersecção dos segmentos $\overline{AE}$, $\overline{BF}$ e $\overline{CD}$.

Se a área do triângulo APC é igual a 11,2 m², então a área da asa-delta (região pintada da figura) é:

A) 21,6 m²

B) 22,4 m²

C) 23,5 m²

D) 24,2 m²

E) 24,6 m²

NÍVEL 3
(5 pontos para cada acerto)

QUESTÃO 15

Ao final de um campeonato de futebol do qual 20 times participaram, os torcedores ficaram espantados ao verificar que 60% do total de pênaltis desta competição foi marcado para um mesmo time A.

Isso facilitou muito a trajetória deste time até o título, mesmo ele tendo um aproveitamento de apenas 50% nas cobranças, o que significa que somente metade das cobranças de pênalti foram convertidas em gol pelo time A.

O aproveitamento das cobranças dos demais times, ao contrário, foi de 90%.

Considere um pênalti escolhido aleatoriamente dentre os pênaltis deste campeonato. Sabendo que ele foi convertido em gol, a probabilidade desta marcação ter sido a favor do time A é de, aproximadamente:

A) 45,45%

B) 50%

C) 54,54%

D) 60%

E) 66,67%

QUESTÃO 16

Considere dois triângulos retângulos com lados de medidas inteiras: um com catetos de medidas a e b (sendo $a > b$), e outro com catetos de medidas c e d (sendo $c > d$).

Construindo um outro triângulo retângulo, com catetos de medidas $ad + bc$ e $ac - bd$, pode-se afirmar que a sua hipotenusa:

A) Jamais terá medida inteira.

B) Terá medida igual à soma das medidas das hipotenusas dos primeiros triângulos.

C) Terá medida igual ao produto das medidas das hipotenusas dos primeiros triângulos.

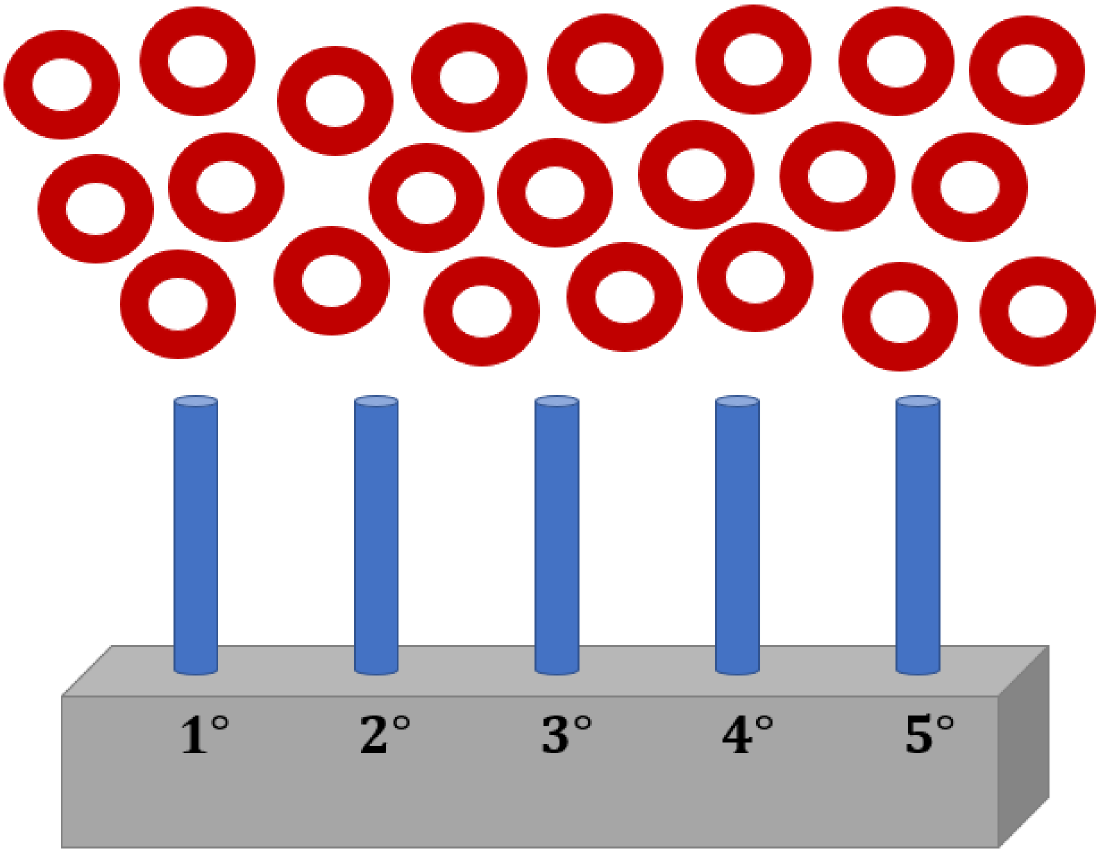
D) Terá medida igual ao produto dos quadrados das medidas das hipotenusas dos primeiros triângulos.

E) Terá medida igual à média geométrica das medidas das hipotenusas dos primeiros triângulos.

QUESTÃO 17

Cinco pinos, conforme a figura a seguir, irão receber 22 argolas idênticas de forma que:

- O 1º pino fique com, no mínimo, 2 argolas;
- O 2º pino fique com, no mínimo, 1 argola;
- O 3º pino fique com, no mínimo, 4 argolas;
- O 4º pino não tenha restrição quanto ao número mínimo de argolas a serem colocadas nele;
- O 5º pino fique com, no mínimo, 3 argolas.



Se em cada pino cabem, no máximo, 5 argolas, a quantidade de maneiras diferentes com que se pode alocar todas as 22 argolas nos 5 pinos de acordo com as restrições descritas é:

A) 16

B) 26

C) 29

D) 33

E) 35

QUESTÃO 18

Sejam A, B e C três pontos de uma reta r, na qual B é o ponto médio do segmento $\overline{AC}$.

Considere um ponto D, não pertencente a r, tal que $AD = 9$ cm, $BD = 6$ cm e $CD = 15$ cm.

A área do triângulo ACD, em cm², é igual a:

A) 48

B) 50

C) 52

D) 54

E) 56

QUESTÃO 19

Seja f: $\mathbb{N}^* \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que

$$f(n) = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$$

Pode-se afirmar que a soma

$$f(1) + f(2) + \cdots + f(9998) + f(9999)$$

é igual a:

A) 0,99

B) 1

C) 1,01

D) 1,010101...

E) 1,111...

QUESTÃO 20

Se cada uma das letras D, O, I, S, T, R e E representar um algarismo diferente, com D e T não nulos, é possível obtermos, dependendo das escolhas feitas, $\mathrm{DOIS}+\mathrm{TRES}=\mathrm{SETE}$.

Por exemplo, fazendo $D=7$, $O=1$, $I=3$, $S=9$, $T=2$, $R=6$ e $E=8$, temos que cada letra representa um algarismo diferente, com D e T não nulos, e:

$$\begin{array}{r} \mathrm{DOIS} \\ +\ \mathrm{TRES} \\ \hline \mathrm{SETE} \end{array} \quad \text{pois} \quad \begin{array}{r} 7139 \\ +\ 2689 \\ \hline 9828 \end{array}$$

Existem outras escolhas possíveis para as letras D, O, I, S, T, R e E que satisfazem estas mesmas propriedades.

Duas delas originam o menor valor possível para SETE. Para qualquer destas duas escolhas, temos que a diferença entre SEIS e SETE (ou seja, $\mathrm{SEIS}-\mathrm{SETE}$) é:

A) – 5

B) 16

C) 47

D) 68

E) 84

QUESTÃO 21

Seja f uma função polinomial real de coeficientes reais com grau 2022 e coeficiente líder igual a 1, ou seja,

$$f(x) = 1x^{2022} + a_{2021} \cdot x^{2021} + a_{2020} \cdot x^{2020} +$$

$$+ \ldots + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x^1 + a_0$$

sendo a_{2021}, a_{2020}, ..., a_1, a_0 números reais.

Sabe-se que,

$$f(0) = 2021$$

$$f(1) = 2020$$

$$f(2) = 2019$$

$$\vdots$$

$$f(2019) = 2$$

$$f(2020) = 1$$

$$f(2021) = 0$$

Note que, para $n \in \{0,1,2,3,...,2020\}$, tem-se $f(n+1) = f(n) - 1$.

O valor de $f(2022)$ é:

A) – 1

B) 2021 – 1

C) 2021! – 1

D) 2022 – 1

E) 2022! – 1